Matematicko-logická soutěž

Řešení – prosinec 2018

Úloha č. 1

Provided that advanced technology can increase racer´s performance of a half percent, it´s not difficult to count (theoretically) from average time trial the margin of the racers with up-dated equipment.

40 minutes	2400 seconds
0,5% of 240 seconds	12 seconds

The racer with the updated helmet should finished the time trial in 12 seconds faster than that with the old one.

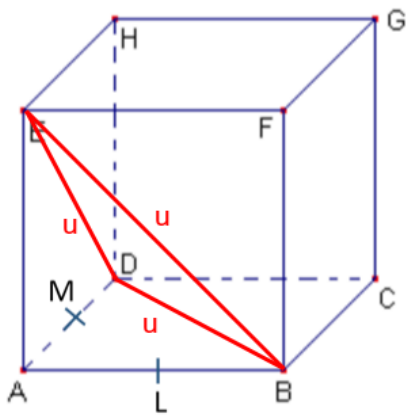
Úloha č. 2

Tato úloha si hraje s procenty, nic složitějšího v ní není. Pokud šest spolumajitelů představuje 2,5% zaměstnanců firmy, není problém spočítat (ať už pomocí trojčlenky nebo přepočtem přes jedno procento), že firma má celkem 240 zaměstnanců.

Určit, že odměna spolumajitele byla v průměru 13x větší než odměna běžného zaměstnance, už potom není nic složitého.

Úloha č. 3

Tato úloha je zcela teoretická, počítá se obecně. Označíme-li stranu krychle **a**, pak můžeme obecně určit obsahy obou trojúhelníků $\mathbf{S_1}$ a $\mathbf{S_2}$. Pro určení obsahu trojúhelníku můžeme použít několik vzorců, zde se nabízí buď klasický výpočet přes výšku trojúhelníku (jak jsme v řešení použili zde) nebo také univerzální Heronův vzorec.

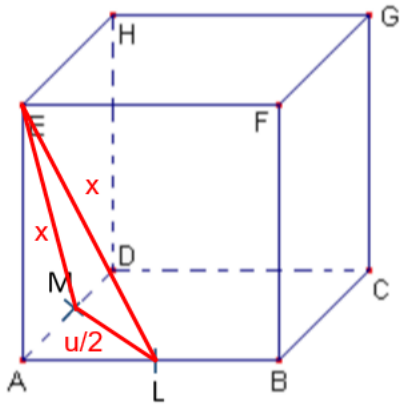


$\mathbf{S_1}$ je obsah rovnostranného trojúhelníku **EBD**, jehož všechny tři strany jsou stěnové úhlopříčky **u** krychle ABCDEFGH, tak jednu z nich označíme jako základnu, druhé dvě jako ramena rovnoramenného trojúhelníku.

$$z = u = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

$$v_z = \sqrt{u^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2} = \sqrt{u^2 - \frac{u^2}{4}} = \sqrt{\frac{3u^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \cdot u}{2} = \frac{\sqrt{6} \cdot a}{2}$$

$$S_1 = \frac{z \cdot v_z}{2} = \frac{a \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{2}$$



S_2 je obsah rovnoramenného trojúhelníku **ELM**, jehož základnou **z** je polovina stěnové úhlopříčky **u** krychle ABCDEFGH a jehož ramena tvoří úhlopříčka **x** obdélníku o stranách **a** a **a/2**.

$$z=\frac{u}{2}=\frac{\sqrt{a^2+a^2}}{2}=\frac{a\cdot\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{z}{2}=\frac{u}{4}=\frac{\sqrt{a^2+a^2}}{4}=\frac{a\cdot\sqrt{2}}{4}$$

$$x=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{5}{4}\cdot a^2}=\frac{a\cdot\sqrt{5}}{2}$$

$$v_z=\sqrt{x^2-\left(\frac{z}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a\cdot\sqrt{5}}{2}\right)^2-\left(\frac{a\cdot\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{5a^2}{4}-\frac{2a^2}{16}}=\sqrt{\frac{5a^2}{4}-\frac{a^2}{8}}=\sqrt{\frac{9a^2}{8}}=\frac{3a}{2\cdot\sqrt{2}}$$

$$S_2=\frac{z\cdot v_z}{2}=\frac{\frac{a\cdot\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3a}{2\cdot\sqrt{2}}}{2}=\frac{3a^2}{4}$$

Nyní už není problém určit kolikrát se menší trojúhelník **ELM** „vejde“ do většího **EBD**, neboli určit poměr obou obsahů S1 : S2:

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{\sqrt{3}\cdot a^2}{2}}{\frac{3a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}\cdot a^2\cdot 4}{2\cdot 3a^2}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{3}$$

Číselně vyjádřeno – menší trojúhelník ELM se do většího EBD vejde 1,155 krát.