

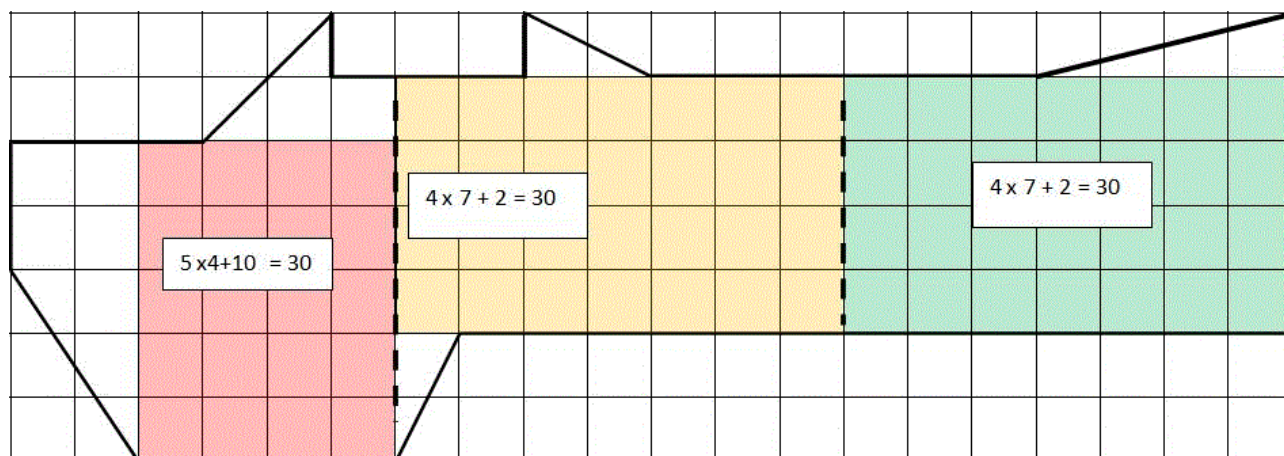
Matematicko-logická soutěž

Řešení – duben 2018

Úloha č. 1

Po zakreslení pozemku do čtvercové sítě zjistíme, že lze snadno spočítat celkovou výměru pozemku na 3240 m². Navíc je každý rozměr pozemku dělitelný šesti, takže pozemek snadno rozdělíme pomocí čtverců o straně 6 m. Celý pozemek tvoří 90 takovýchto čtverců.

Každý ze tří dědiců tedy musí vlastnit právě 30 čtverců na pozemku. Nejjednodušší dělení tak, aby měl každý s dědiců přístup jak k potoku, tak k cestě je znázorněno na následujícím obrázku.



Úloha č. 2

There were one hundred soldiers in total in the military hospital (it means 99 wounded mentioned above and our veteran).

If we take into account the maximum number of soldiers suffering all four injuries (an eye, ear, leg or arm), it turns out clear that there couldn't be more than 70 of them, because this number exactly suffered the eye injury. This result could be only obtained if we suppose that the remaining 30 ones had just one injury.

Eye	-	70	-	$70 - 70$	=	0	injuries left	
Ear	-	75	-	$75 - 70$	=	5	injuries left	
Leg	-	85	-	$85 - 70$	=	15	injuries left	
Arm	-	80	-	$80 - 70$	=	10	injuries left	
							30	injuries left

As we can see it adds up correctly. Supposing that all 70 soldiers with wounded eye had also the all other injuries, the maximum number of wounded is exactly 70 persons.

However, it's quite improbable that so many soldiers were so unlucky. Let's consider the most interesting question: the minimum number of them. Now let's assign

three different injuries to all the soldiers and according to the number of remaining injuries we can find out easily how many soldiers had for sure all four injuries.

Total number	-	$70 + 75 + 85 + 80 = 310$ injuries
Soldiers with 3 injuries		$3 * 100 = 300$ injuries
Injuries left		$310 - 300 = 10$ injuries

Minimum number of soldiers with all four injuries is 10.

Úloha č. 3

Pro řešení úlohy tohoto typu (tedy úlohy o společné práci) je nutné si stanovit jakousi časovou jednotku, ke které vztáhneme jednotlivé položky. V případě plnění nádrže vodou pomocí náhonu se jeví být vhodnou časovou jednotkou 1 hodina.

Prvním náhonem se za jednu hodinu naplní jedna dvanáctina ($1/12$) nádrže a druhým jedna šestina ($1/6$). Pokaženým stavidlem za jednu hodinu odteče osmina ($1/8$) nádrže.

Množství vody v nádrži po první hodině napouštění tedy můžeme snadno vyčíslit – nádrž bude zaplněná z:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{8} = \frac{4+2-3}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

Nyní je i pouhou úvahou jasné, že pokud naplníme za hodinu osminu nádrže, celou ji naplníme za osm hodin.

Pro řešení této úlohy můžeme také sestavit rovnici o jedné neznámé:

$$\frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{12} \cdot x - \frac{1}{8} \cdot x = 1$$

Kde x je potřebný počet hodin. Jednička na pravé straně označuje samozřejmě hledanou jednu plnou nádrž. Pro odstranění zlomků rovnicí vynásobíme číslem 24.

$$4 \cdot x + 2 \cdot x - 3 \cdot x = 24$$

$$3 \cdot x = 24$$

$$x = 8$$

Jak je vidět, opravdu vychází naprosto stejný údaj, jako když jsme úlohu řešili úvahou.